حل بجروت الكهرباء 2023

حل السؤال الأوّل

أ. نحسب أولا الشحنة المتواجدة على سطح الكرة وذلك بواسطة العلاقة $V = kQ/R$. نعوّض $R = 0.3\,\text{m}$ وَ $V = 90,000\,\text{V}$ ونحصل على:

$$90000 = \frac{9\times10^9 Q}{0.3} \Rightarrow Q = 3\times10^{-6} C$$

يتحقّق أنّ:

$$V_A = \frac{kQ}{r_A}$$

$$\Rightarrow r_A = \frac{kQ}{V_A} = \frac{9\times10^9\left(3\times10^{-7}\right)}{50,000} = 0.54\,\text{m}$$

ب. بما أنّ الشحنة المتواجدة على الكرة موجبة، يكون اتجاه الحقل الكهربائي في النقطة A مركزي نحو الخارج، ومقداره:

$$E_A = \frac{kQ}{r_A^2} = \frac{9\times10^9\left(3\times10^{-6}\right)}{\left(0.54\right)^2} =$$

$$= 9.26\times10^4\ \text{N/C}$$

ج.

(1) الحقل الكهربائي داخل كرة موصلة مشحونة هو صفر.

(2) الجهد الكهربائي داخل كرة موصلة مشحونة ثابت ويساوي قيمته على سطح الكرة، أي $90,000\,\text{V}$.

د. بالاعتماد على حفظ الطاقة نحصل على:

$$\tfrac{1}{2}m_1v_A^2 + U_A = \tfrac{1}{2}m_1v_B^2 + U_B$$

$$\Rightarrow \tfrac{1}{2}m_1v_A^2 + q_1V_A = \tfrac{1}{2}m_1v_B^2 + q_1V_B$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + \frac{2q_1}{m_1}\left(V_A - V_B\right)}$$

نعوّض المعطيات ونحصل على:

$$v_B = \sqrt{\left(1.5\right)^2 + \frac{2\left(-1.2\times10^{-8}\right)}{4\times10^{-4}}\left(50\text{kV-40kV}\right)} =$$

$$= 1.28\,\text{m/s}$$

هـ. الآن يتحقّق أنّ $V_{CA} = V_{AB}$. يمكن أن نُبرهن هذا الأمر بواسطة العلاقة التي حصلنا عليها في البند السابق وذلك بالشكل التالي:

بما أنّ $v_B = v_c$ نحصل من العلاقة التي حصلنا عليها في البند السابق على أنّ:

$$\sqrt{v_A^2 + \frac{2q_1}{m_1}\left(V_A - V_B\right)} = \sqrt{v_A^2 + \frac{2q_2}{m_1}\left(V_A - V_C\right)}$$

$$\Rightarrow V_{AB} = \frac{q_2}{q_1}V_{AC} = -V_{AC} = V_{CA}$$

يتحقق أنّ: $V_{AB} = -\bar{E}_{AB}\Delta x_{AB}$ وَ $V_{CA} = -\bar{E}_{CA}\Delta x_{CA}$.
بما أنّ $V_{AB} = V_{CA}$ وَ $\bar{E}_{CA} > \bar{E}_{AB}$ (مقدار الحقل يزداد كلّما اقتربنا من الكرة) نحصل على أنّ: $\Delta x_{CA} < \Delta x_{AB}$.

حل السؤال الثاني

أ. التوتّر V_1 والذي هو توتّر الأقطاب مُعطى بالعلاقة $V = \varepsilon - rI$. بالمقابل التوتّر V_2 والذي هو التوتّر على المقاوم معطى بقانون أوم: $V_2 = RI$. بحسب هذه العلاقة نحصل على أنّ الرسم البياني "أ" يصف V_1 والرسم البياني "ب" يصف V_2.

ب. بالاعتماد على العلاقة $V = \varepsilon - rI$ نحصل على أنّ ميل الرسم البياني "أ" يمثل المقدار $(-r)$. لحساب الميل نختار نقطتين على خطّ الاتّجاه. نختار $\left(1.5\,\text{A},18\,\text{V}\right)$ وَ $\left(1\text{A}, 20\,\text{V}\right)$ ونحصل على:

$$-r = \frac{18\,\text{V} - 20\,\text{V}}{1.5\,\text{A} - 1\text{A}} = -4\Omega$$

$$\Rightarrow r = 4\Omega$$

لحساب ε، نعوّض r وإحدى النقطتين أعلاه في العلاقة $V_1 = \varepsilon - rI$ ونحصل على:

$$18 = \varepsilon - 4\left(1.5\right) \quad \Rightarrow \varepsilon = 24\,\text{V}$$

ج. المقاومة R هي عبارة عن ميل الرسم البياني "ب". لحساب ميل الرسم "ب" نختار نقطتين على خطّ الاتّجاه مثلا $\left(0.5\,\text{A}, 4\,\text{V}\right)$ وَ $\left(1\text{A}, 8\,\text{V}\right)$ ونحصل على:

$$R = \frac{8-4}{1-0.5} = 8\Omega$$

د. عندما تكون للمقاومة المتغيّرة قيمة قصوى، تكون للتيّار في الدائرة قيمة صغرى. بحسب الرسم البياني أقل قيمة للتيار في الدائرة هي $0.5\,\text{A}$. بما أنّ:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R + R_{PK}}$$

نحصل على أنّه عندما يتحقّق أنّ $R_{PK} = R_{MK}$ فإنّ $I = I_{\min} = 0.5\,\text{A}$. نعوّض ونحصل على:

$$0.5 = \frac{24}{4 + 8 + R_{MK}} \Rightarrow R_{MK} = 36\Omega$$

هـ. يتحقّق أنّ:

$$V_2 + V_{MK} = V_1$$

$$\Rightarrow RI + V_{MK} = \varepsilon - rI$$

$$\Rightarrow V_{MK} = \varepsilon - \left(R + r\right)I$$

عندما نكبّر مقاومة المقاوم المتغيّر، يقل التيّار في الدائرة. نتيجة هذا الأمر يزداد V_{MK} وذلك بحسب العلاقة الأخيرة.

و. الآن لا يمر تيار في الدائرة، ولهذا فإنّ $V_2 = IR = 0$. مقياس التوتّر V_1 يقيس الآن توتّر الأقطاب والذي هو $24\,\mathrm{V}$.

حل السؤال الثالث

أ. نستعين بالعلاقة $P = V^2 / R$ والتي نحصل منها على:

$$R_{L_1} = \frac{V_1^2}{P_1} = \frac{24^2}{20} = 28.8\Omega$$

ب. بحسب المُعطى أنّ التيار المار من المصباحين متساوٍ، نحصل على أنّ التيار المار من المقاوم R مساوٍ للتيار المار من المصباح L_1. التيار المار من المصباح L_1 عندما يُضيء بضوئه الكامل يتم الحصول عليه من العلاقة $P = IV$ والتي نحصل منها على:

$$I_1 = \frac{P_1}{V_1} = \frac{20\,\mathrm{W}}{24\,\mathrm{V}} = 0.833\,\mathrm{A}$$

ج. من أجل أن يُضيء المصباح L_1 بضوئه الكامل، يجب أن يكون التوتّر عليه $24\,\mathrm{V}$. هذا التوتّر مساوٍ للقوّة الكهربائيّة الدافعة للمصدر ε. لهذا من أجل أن يضيء المصباح L_1 بضوئه الكامل يجب أن يقع توتّر المصدر بالكامل على المصباح L_1. لكي يتحقّق هذا الشرط يجب أن يكون التوتّر الواقع على المقاوم المتغيّر صفرا. هذا الأمر يتطلّب أن تكون المقاومة المتغيّرة صفرا. لكي يتحقق هذا الأمر علينا توصيل التماس المتحرّك مع الطرف K للمقاوم المتغيّر. بهذه الحالة يصبح المقاوم المتغيّر خارج الدائرة.

د. يتحقّق $V_1 = IR_{L_1}$ وَ $V_2 = IR_{L_2}$ (انتبه إلى المعطى أنّ التيارين المارين من المصباحين متساويان). من العلاقتين الأخيرتين نحصل على أنّ:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_{L_1}}{R_{L_2}}$$

$$\Rightarrow V_1 = \left(\frac{R_{L_1}}{R_{L_2}}\right) V_2$$

هـ. نحسب أولا مقاومة المصباح L_2 وذلك عن طريق ميل الرسم البياني والذي يمثّل المقدار R_{L_1} / R_{L_2}. نختار نقطتين على خط الاتجاه. مثلا $(2,9)$ وَ $(4,18)$ ونحصل على:

$$\frac{R_{L_1}}{R_{L_2}} = \frac{18-9}{4-2} = 4.5$$

$$\Rightarrow R_{L_2} = \frac{R_{L_1}}{4.5} = \frac{28.8}{4.5} = 6.4\Omega$$

القدرة القصوى التي يُنتجها المصباح L_2 مُعطاة بالعلاقة:

$$P_{\max} = \frac{V_{1\max}^2}{R_{L_1}} = \frac{12^2}{6.4} = 22.5\,\mathrm{W}$$

و. عندما يُضيء المصباح L_1 بضوءه الكامل يتحقّق أنّ التوتّر عليها هو $24\,\mathrm{V}$ والذي هو مساوٍ لتوتر أقطاب المصدر. معنى هذا أنّ $V_\varepsilon = 24\,\mathrm{V}$.

الكفاءة معطاة بالعلاقة:

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \times 100\% = \frac{IV_\varepsilon}{I\varepsilon} \times 100\% =$$

$$= \frac{V_\varepsilon}{\varepsilon} \times 100\%$$

نعوّض $\eta = 80\%$ وَ $V_\varepsilon = 24\,\mathrm{V}$ ونحصل على:

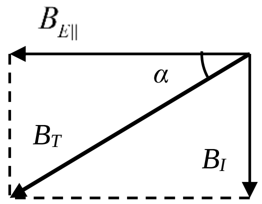
$$\varepsilon = \frac{V_\varepsilon}{\eta} \times 100\% = \frac{24}{80\%} \times 100\% =$$

$$= \frac{24}{0.8} = 30\,\mathrm{V}$$

حل السؤال الرابع

من أجل أن تنحرف ابرة البوصلة نحو الأسفل في التخطيط 1 (نحو الغرب عمليّا)، يجب أن يكون اتجاه الحقل المغناطيسي الناتج عن السلك والمؤثّر على ابرة البوصلة نحو الأسفل في التخطيط 1. لكي يتحقق هذا الأمر، يجب أن يكون اتجاه التيار في السلك متجها من الصفحة نحو الخارج.

ب. في مستوى حركة ابرة البوصلة تؤثّر عليها الحقول التالية: مركّب الحقل المغناطيسي للكرة الأرضية الموازي لسطح الأرض $\left(B_{E\parallel}\right)$ والذي يتّجه نحو الشمال، والحقل المغناطيسي B_I الناتج عن السلك والذي يتّجه نحو الغرب (نحو الأسفل في التخطيط 1). هذا الحقل معطى بالعلاقة التالية: $B_I = \mu_0 I / 2\pi x$. الحقلان B_I وَ $B_{E_\parallel}$ موصوفان بالتخطيط التالي:

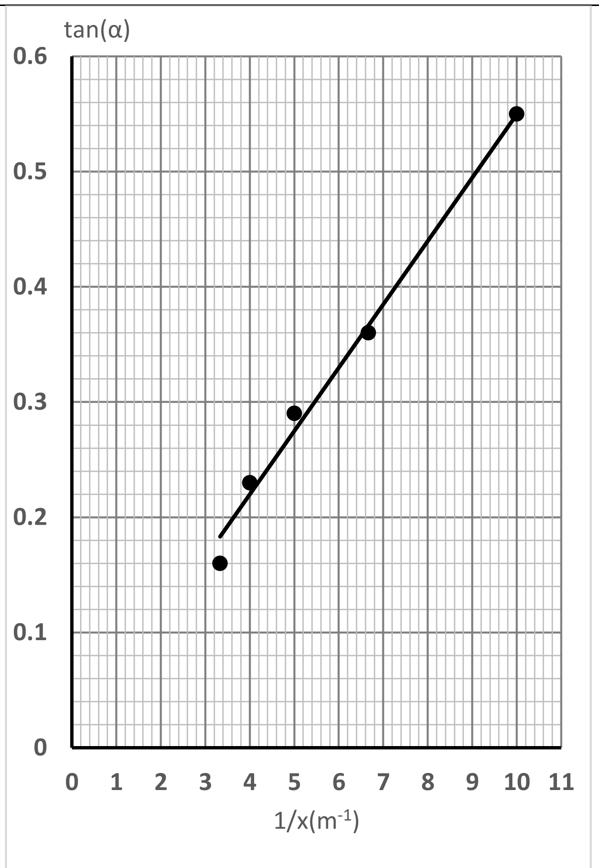


بحسب هذا التخطيط نحصل على أنّ:

$$\tan\alpha = \frac{B_I}{B_{E\parallel}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi B_{E\parallel} x} = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi B_{E\parallel}}\right)\frac{1}{x}$$

ج. لكي نحصل على رسم بياني خطيّ، علينا أن نرسم $\tan\alpha$ كدالّة للمتغيّر $1/x$. لهذا المتغيّر الجديد هو $z = 1/x$.

د. (1)+(2)



انتبه إلى أنّ الرسم البياني يجب أن يمر من النقطة $(0,0)$ وذلك لأنّه عندما $1/x=0$، أي أنّ $x=\infty$ نحصل على أنّ $\alpha=0$ وبالتالي $\tan\alpha=0$.

هـ. ميل الرسم البياني يعبّر عن المقدار $\frac{\mu_0 I}{2\pi B_{E\parallel}}$. نختار نقطتين على خط الاتّجاه لحساب الميل، مثلا $(4,2.2)$ وَ $(8,4.4)$ ونحصل على:

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi B_{E\parallel}}=\frac{4.4-2.2}{8-4}=0.55$$

$$\Rightarrow B_{E\parallel}=\frac{\left(4\pi\times10^{-7}\right)(8)}{2\pi\left(0.55\right)}=29\times10^{-6}\text{ T}$$

و. بحسب قانون اليد اليمنى نحصل على أنّ اتجاه التيار هو من الصفحة نحو الخارج.
من أجل أن تكون زاوية الانحراف الآن α نحو الأعلى (التخطيط ب2) يجب ان يكون الحقل المحصل الناتج عن التيارين I_1 وَ I_2 نحو الأعلى ومقدار $B_{I_2}=2B_{I_1}$. هذا الأمر يتطلّب أن تكون شدّة التيار I_2 أكبر بمرّتين من شدّة التيّار I_1، أي $10\,\text{A}$.

حل السؤال الخامس

أ.

(1) من الصفحة نحو الخارج.

(2) بحسب القانون الثاني لنيوتن في الحركة الدائريّة يتحقّق للبروتون في حركته الدائريّة:

$$q_p v B_1 = m_p \frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow R=\frac{m_p v}{eB_1}=\frac{\left(1.67\times10^{-27}\right)\left(10^6\right)}{1.6\times10^{-19}\left(0.12\right)}=$$

$$=0.087\,\text{m}=8.37\,\text{cm}$$

ب.

$$E=\frac{\Delta V}{\Delta x}=\frac{800\,\text{V}}{0.05\,\text{m}}=16,000\,\text{V/ m}$$

من أجل أن تُبطل القوّة الكهربائيّة التي تعمل على الجسيم بين اللوحين القوّة المغناطيسيّة التي تعمل عليه، يجب أن تكونا متساويتان بالمقدار ومتعاكستان بالاتّجاه.
بما أنّ اتّجاه القوّة المغناطيسيّة التي تعمل على البروتونات بين اللوحين يتّجه من Q إلى P، نحصل على أنّ اتجاه القوّة الكهربائيّة هو من P إلى Q. هذا الأمر يتطلّب أن يكون اتّجاه الحقل الكهربائي من P إلى Q وذلك لأنّ شحنة البروتونات موجبة.

ج. يجب أن يتحقّق أنّ مقدار القوّة الكهربائيّة مساوٍ لمقدار القوّة المغناطيسيّة، أي أنّ: $eE=evB$. من هذه العلاقة نحصل على:

$$B=\frac{E}{v}=\frac{16,000}{10^6}=0.016\,\text{T}$$

د. القوّة الكهربائيّة تُنفّذ شغلا موجبا على البروتونات أثناء حركتها في الحقل الكهربائي وذلك لأنّه يوجد للقوّة الكهربائيّة في الوضع الموصوف في هذا البند مركب باتجاه سرعة البروتونات. لهذا تكون سرعة البروتونات عند خروجها من بين اللوحين أكبر من السرعة التي تدخل بها.

هـ. بما أنّ اتجاه الحقل الكهربائي معامد لاتجاه الحركة الأصلي للبروتونات، يكون التسارع الناتج عن هذه القوّة معامدا للمسار الأصلي. هذه القوّة لا تؤثّر على سرعة البروتونات في الاتّجاه المعامد للّوح ولهذا زمن حركة البروتونات لا يتغيّر.

حل السؤال السادس

أ.

(1) نختار الاتّجاه الموجب بالاتجاه المعامد للصفحة نحو الداخل ونحصل على:

$$\phi_{\text{I}}=B_1A=0.09\times\left(0.5\right)^2=0.0225\text{Wb}$$

$$\phi_{\text{II}}=B_2A=0.25\left(-t^2+1.2t-0.11\right)$$

$$\phi_{\text{III}}=B_3A=0.09\times\left(0.5\right)^2=0.0225\text{Wb}$$

(2) بحسب قانون فارادي نحصل على أنّ:

$$\varepsilon_1=0$$

$\varepsilon_2 = 0.5t - 0.3$

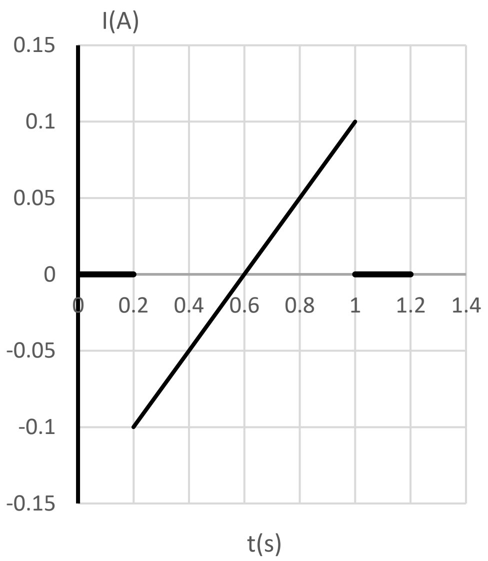
$\varepsilon_3 = 0$

ب. في $t = 0.3\text{s}$ تدفّق الحقل المغناطيسي يزداد، وبحسب قانون لنتس، اتجاه الحقل المغناطيسي المستحث والناتج عن التيار المستحث يجب أن يكون بعكس اتجاه الحقل الأصلي، أي من الصفحة نحو الخارج. لكي يتحقّق هذا الأمر، يجب أن يكون اتجاه التيار المستحث في الإطار بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة.

ج. $I_{\text{ind}} = \dfrac{\varepsilon_{\text{ind}}}{R}$

من هذه العلاقة نحصل على أنّ:

$$I = \begin{cases} 0 & 0 < t < 0.2\text{s} \\ 0.25t - 0.15 & 0.2 < t < 1\text{s} \\ 0 & 1 < t < 1.2 \end{cases}$$



د.

(1) الشحنة التي تمر في الإطار في المدّة الزمنية من $t = 0$ حتّى $t = 0.6\text{s}$ مساوية للمساحة المحصورة بين الرسم البياني وبين محور الزمن من $t = 0$ حتّى $t = 0.6\text{s}$:

$$Q = \frac{(-0.1\text{A})(0.4)}{2} = 0.02\,\text{C}$$

(2) مقدار الشحنة التي مرّت في المدّة الزمنيّة من $t = 0.6\text{s}$ حتّى $t = 1.2\text{s}$ مساوية بالمقدار للشحنة التي حسبناها في البند السابق لكن إشارتها معاكسة وذلك لأن المساحة في المدّة الزمنيّة هنا مساوية للمساحة في المدّة الزمنيّة السابقة لكن معاكسة لها بالإشارة.

هـ.

(1) التيار صفر ولهذا لا تعمل قوى مغناطيسيّة على الإطار.

(2) في الفترة الزمنية هذه اتجاه التيّار هو بعكس اتجاه عقارب الساعة. بحسب قانون اليد اليمنى نحصل على أنّ القوى المغناطيسيّة التي تعمل على أضلاع الإطار تقع في مستوى الإطار ومعامدة لأضلاع الإطار نحو الداخل. هذه القوى تعمل على تقليص الإطار نحو الداخل.

(3) في الفترة الزمنيّة هذه اتجاه التيّار هو مع اتجاه عقارب الساعة. بحسب قانون اليد اليمنى نحصل على أنّ القوى المغناطيسيّة التي تعمل على أضلاع الإطار تقع في مستوى الإطار ومعامدة لأضلاع الإطار نحو الخارج. هذه القوى تعمل على توسيع الإطار نحو الخارج.

(4) التيار الآن صفر ولهذا لا تعمل قوى مغناطيسيّة على الإطار.

معنى هذا أنّ الحالة المطلوبة هي الحالة (3).